הצגות פרמטריות ומשוואות אלגבריות של ישרים ומישורים:

---------------------------ישר---------------------------

* המשוואה הכללית של ישר במישור: Ax+By+C=0 (היא איננה יחידה, כיוון שכל הכפלה בקבוע נותנת לי את אותו ישר).
במרחב לא קיימת משוואה מהצורה הנ"ל ומשתמשים בהצגה פרמטרית: $l: \underline{x} = (a_1, a_2, a_3) + t(u_1, u_2, u_3)$
(a_1, a_2, a_3) וקטור המייצג נקודה על המישור, (u_1, u_2, u_3) וקטור כיוון של הישר, t הפרמטר של ההצגה.
* באמצעות 2 נקודות על הישר קל להגיע להצגה פרמטרית, פשוט ניצור את וקטור הכיוון שביניהם ונשתמש באחת הנקודות.

* <u>מעבר מהצגה פרמטרית של ישר למשוואה אלגברית (במישור, כיוון שאין לישר הצגה של משוואה המרחב):</u>
נגלה 2 נקודות על הישר ובעזרתן נמצא את המשוואה באמצעות שיפוע ונקודה. (ישנן עוד שיטות).

<u>מעבר ממשוואה אלגברית של ישר להצגה פרמטרית שלו (במישור, כיוון שאין לישר הצגה של משוואה המרחב):</u>
נגלה 2 נקודות על הישר באמצעות המשוואה ובאמצעותן נגלה וקטור כיוון על הישר וכמובן נקודה. (ישנן עוד שיטות)

---------------------------מישור---------------------------

* המשוואה הכללית של מישור: Ax+By+Cz+D=0 (היא איננה יחידה, כיוון שכל הכפלה בקבוע נותנת לי את אותו מישור).
* ההצגה הפרמטרית של מישור: $\Pi: \underline{x} = (a_1, a_2, a_3) + t(u_1, u_2, u_3) + s(v_1, v_2, v_3)$, $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ **וקטורים בלתי תלויים**, $\underline{a}$
וקטור המייצג נקודה על המישור.
* על מנת למצוא הצגה פרמטרית של מישור צריך למצוא נקודה על המישור ושני וקטורי כיוון <u>**בלתי תלויים**</u>.
* באמצעות 3 נקודות על המישור קל להגיע להצגה פרמטרית, פשוט ניצור מהן 2 וקטורי כיוון על המישור + נקודה.

* <u>מעבר מהצגה פרמטרית של מישור למשוואה אלגברית:</u>
נמצא וקטור שמאונך לשני וקטורי הכיוון של המישור (באמצעות 2 מכפלות סקלריות ששוות 0) והוא יהיה וקטור המקדמים של המשוואה האלגברית, נשאר לגלות את ה-D: נכתוב את המשוואה ונציב בה נקודה הנמצאת על המישור (זאת מההצגה הפרמטרית) ואז נקבל את D. (ישנן עוד שיטות).

<u>מעבר ממשוואה אלגברית של מישור להצגה פרמטרית שלו:</u>
נמצא 3 נקודות על המישור (**שלא על ישר אחד**) באמצעות המשוואה ובעזרתן נבנה 2 וקטורי כיוון על הישר (**בלתי תלויים**) וכמובן נקודה. (ישנן עוד שיטות).

----------------------------מצבים הדדים----------------------------

<u>**מצב הדדי של שני ישרים במרחב:**</u>

	מקבילים	מתלכדים	נחתכים	מצטלבים
תלות בין וקטורי הכיוון	√	√	X	X
נקודות חיתוך	0	אינסוף	1	0

* על מנת לגלות את המצב ההדדי נבדוק האם יש תלות בין וקטורי הכיוון:
<u>יש תלות</u> – הישרים מקבילים או מתלכדים ואז נשאר לבדוק האם נמצאת נקודה של אחד על השני (אם נמצאת-מתלכדים).
<u>אין תלות</u> - הישרים או מצטלבים או נחתכים ואז ניתן להשתמש בהצגה פרמטרית ולהשוות קואורדינאטה קואורדינאטה בין הישרים. אם נקבל פתרון יחיד למערכת המשוואות - הם נחתכים בנקודה שתתקבל, אם אין פתרון הם מצטלבים.

<u>**מצב הדדי של ישר ומישור במרחב:**</u>

	נחתכים	מקבילים	מתלכדים
נקודות חיתוך	1	0	אינסוף

* על מנת לגלות את המצב ההדדי נביא את הישר והמישור להצגה פרמטרית ונשווה קואורדינטה קוארדינטה בין הישרים .אם נקבל **פתרון יחיד** למערכת המשוואות הם נחתכים בנקודה **אחת** המתאימה לערכים שהתקבלו ,אם נקבל **אינסוף פתרונות** אזי הישר **מוכל** במישור ואם **אין פתרון** הם **מקבילים**.

<u>מצב הדדי של שני מישורים</u>:

	נחתכים	מקבילים	מתלכדים
תלות בין וקטורי המקדמים של המשוואות	X	√	√
נקודות חיתוך	ישר חיתוך	0	כל נקודותיהם

* על מנת לגלות את מצבם ההדדי נשתמש בהצגתם באמצעות משוואה: $\Pi_1: a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$, $\Pi_2: a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$
א. אם וקטורי המקדמים (a_2,b_2,c_2), (a_1,b_1,c_1) לא תלויים ליניארית אז המישורים נחתכים לאורך ישר.
ב. אם וקטורי המקדמים (a_2,b_2,c_2), (a_1,b_1,c_1) תלויים ליניארית אך d_1-ו d_2 לא מקיימים את אותה תלות - המישורים מקבילים.
ג. אם וקטורי המקדמים (a_2,b_2,c_2), (a_1,b_1,c_1) תלויים ליניארית וגם d_1-ו d_2 מקיימים את אותה תלות - המישורים מתלכדים.

<u>על מנת למצוא את ישר החיתוך בין 2 מישורים</u>: (המטרה למצוא 2 נקודות על ישר החיתוך) - נתייחס ל-2 המשוואות כמערכת משוואות. נפתור אותה על ידי שנקטין את מספר המשוואות והנעלמים ונקבל משוואה המקשרת בין 2 נעלמים. נציב מספר באחד הנעלמים ונקבל את הנעלמים האחרים – כך קיבלנו נקודה אחת על ישר החיתוך. נציב מספר אחר באחד הנעלמים ושוב נגלה את הנעלמים האחרים ונקבל נקודה נוספת על ישר החיתוך. לגלות הצגה פרמטרית של ישר על ידי 2 נקודות אנו יודעים ...

------------------------- *<u>זוויות בין ישרים ומישורים</u>* -------------------------

* **זוית בין 2 ישרים** = הזוית <u>החדה</u> בין וקטורי הכיוון שלהם. ע"מ לגלותה נשתמש בנוסחה: $\cos\alpha = \dfrac{|\underline{u} \bullet \underline{v}|}{|\underline{u}| \bullet |\underline{v}|}$

כש- <u>u</u> וקטור כיוון של אחד הישרים ו- <u>v</u> וקטור כיוון של הישר השני.

* ישר ניצב למישור אם ורק אם הוא ניצב ל-2 ישרים על המישור שאינם מקבילים. לכן על מנת למצוא ישר ניצב למישור:
בהצגה פרמטרית נמצא וקטור הניצב ל-2 וקטורי הכיוון של המישור(ע"י מכפלה סקלרית השווה ל-0).
אם המישור מוצג ע"י המשוואה $ax+by+cz+d=0$ אזי וקטור המקדמים (a,b,c), ניצב למישור.

* **זוית בין ישר *למישור*** מוגדרת כזוית בין הישר להיטלו על המישור. על מנת לגלותה נשתמש בנוסחה: $\sin\alpha = \dfrac{|\underline{u} \bullet \underline{v}|}{|\underline{u}| \bullet |\underline{v}|}$,

<u>כש- u וקטור ניצב למישור</u> ו- <u>v</u> וקטור כיוון של הישר.

* **זוית בין מישור *למישור*** זהה לזוית בין 2 וקטורים שכל אחד מהם ניצב לאחד המישורים. לכן פשוט נמצא את הזוית בין וקטורי המקדמים של משוואות המישורים, על פי הנוסחה לזוית בין 2 ישרים.

-------------------------<u>מרחקים</u>-------------------------

* מרחק **בין שתי נקודות במרחב** באמצעות הנוסחה: $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

* מרחק **הנקודה** (x_1, y_1) **מהישר** $ax+by+c=0$ במישור: $\dfrac{|(ax_1+by_1+c)|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

* מרחק **הנקודה** A **מישר** במרחב: נבטא באמצעות קואורדינטות נקודה כללית על הישר שתקרא B. נבטא את הוקטור $\overrightarrow{AB}$, ואז באמצעות פתרון משוואת המכפלה סקלרית שלו בוקטור כיוון של הישר השווה 0, נקבל את הוקטור במספרים. מה שנשאר זה לגלות את אורכו של הוקטור לפי הנוסחה הידועה.

* מרחק **הנקודה** (x_1, y_1, z_1) ***מהמישור*** המוצג במשוואה אלגברית $ax+by+cz+d=0$: $\dfrac{|(ax_1+by_1+cz_1+d)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

* מרחק **בין ישרים מקבילים**: נבחר נקודה על אחד מהם ונבדוק את מרחקה מהישר השני באמצעות הדרכים שהוצגו לעיל.

* מרחק **בין מישורים מקבילים**: נבחר נקודה על אחד מהם ונבדוק את מרחקה מהמישור באמצעות הנוסחה שהוצגה לעיל.

* מרחק **בין שני ישרים מצטלבים**: נבנה מישור שמכיל את אחד הישרים ומקביל לישר השני. כעת נותר למצוא את המרחק בין הישר למישור המקביל לו, זאת נעשה באמצעות בחירת נקודה שעל הישר ומציאת מרחקה מהמישור באמצעות הנוסחה שלעיל.